

# 数理 科学

8  
2022

特集

## 複素解析の探究

様々な問題を通してみるその姿

複素解析の探究にかける情熱

複素解析への入門

A. L. コーシーから岡潔まで

リーマン面

多変数複素解析

複素解析と微分方程式

ゼータ関数と複素解析 リーマンの周辺

調和解析と複素解析

確率論と複素解析

SLE, Loewner 方程式が見せる多様な側面

物理学での複素解析

《研究室の窓》研究者の本棚

神本 丈

野口潤次郎

志賀 啓成

大沢 健夫

竹内 潔

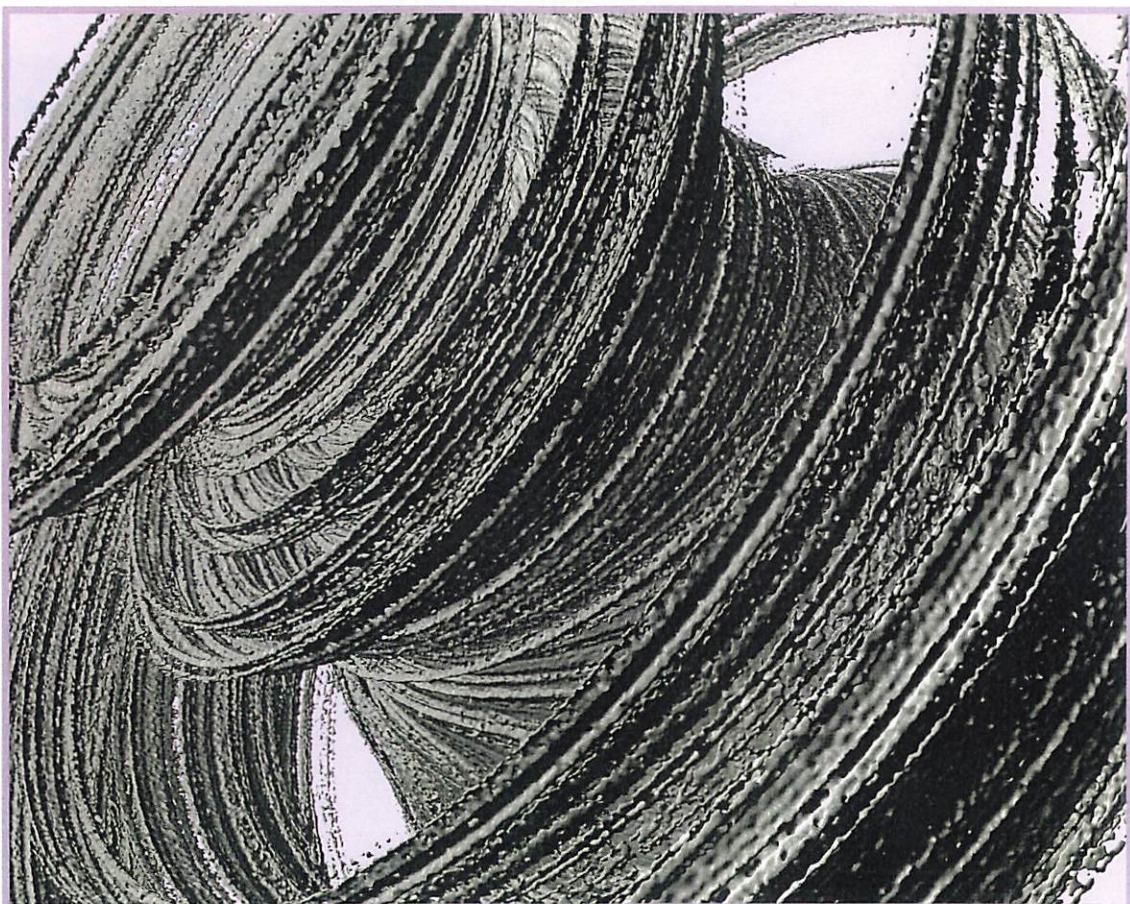
黒川 信重

澤野 嘉宏

村山 拓也

原 隆

小形 正男



# 複素解析の探究

## 様々な問題を通してみるその姿

《特集》

複素解析の探究にかける情熱 5 神本 丈

複素解析への入門 7 野口潤次郎  
A.L. コーシーから岡潔まで

リーマン面 17 志賀 啓成

多変数複素解析 25 大沢 健夫

複素解析と微分方程式 33 竹内 潔

ゼータ関数と複素解析 リーマンの周辺 40 黒川 信重

調和解析と複素解析 48 澤野 嘉宏

確率論と複素解析 55 村山 拓也  
SLE, Loewner 方程式が見せる多様な側面

物理学での複素解析 63 原 隆

《書評》

中本・小関共著 曲面上のグラフ理論 72 松井 泰子

《研究室の窓》

研究者の本棚 73 小形 正男  
物理の本の読み方 + (SF)タイムマシンのつくり方

本号に掲載された広告主

朝倉書店/23

東京化学同人/39

数理科学 (7月号) 前号案内/84

数理科学 (9月号) 次号予告/84

数理科学バックナンバー一覧/80

表紙 CG: 巴山 竜来

## 曲面上のグラフ理論

中本敦浩・小関健太共著, B5判, 216頁, 本体2400円, サイエンス社



グラフ理論は数学の中でも比較的歴史が新しい分野であるが、多くの魅力的な未解決問題が存在し、人々の心を掴んでいる。そのような問題の一つに「四色問題」がある。与えられた平面地図が、隣接するどの2カ国も異なる色を持つように4色で色分けできるかという問題であるが、グラフ理論の分野では長らく未解決で、コンピュータを駆使して膨大な場合分けをして証明されている。グラフ理論は、記述の易しさとは裏腹に証明が難解な問題の宝庫である。

著者達は、グラフ理論の中でも曲面上に埋め込まれたグラフに関する研究、すなわち位相幾何学的グラフ理論に精力的に邁進するパイオニアで、本分野の第一人者であり、多くの弟子を輩出している。

本書の特徴は、非専門家でも最新的话题に触れられることにある。冒頭の章では、グラフ理論の初学者向けの専門用語の丁寧な説明や古典的かつ有名な定理が証明と共に紹介され、曲面上のグラフ理論への導入が自然になされている。また、もう一つの特徴として、四色問題を発端とする「グラフ彩色」の章にページが割かれていることが挙げられるだろう。その歴史から始まり、閉曲面上でのグラフ彩色の話題へと発展する。本書の最後ではグラフ理論の最新のトピックスが参考文献と共に紹介され、研究最前線の余韻に浸りながら終わる。

それでは内容を追っていこう。本書は7章からなる。

1章はグラフ理論の基本的な専門用語の説明が中心であり、2章では平面上のグラフに関する用語定義の後、歴史的に有名な定理がコンパクトに纏められている。本章で「シュペルナーの補題」と「ブラウワーの不動点定理」が出現した時点で、読者を幾何の世界へと誘う仕掛けがなされている。

3章からは、曲面上のグラフ理論に突入し、本領発揮となる。平面上では辺を交差しないように描画できなかったグラフが、トーラス上では辺を交差しない埋め込みが可能となり、位相幾何学的グラフ理論の世界が展開される。続いて、オイラーの公式から凸多面体グラフへと繋がり、グラフと多面体との関連性が語られる。ここからは閉曲面や種数、ホモトピックといった定義や、トーラスの描画に慣れる必要があり、位相幾何学に馴染みのない読者には、本章が先に読み進め

るか否かの分岐点となるだろう。

5章はグラフ彩色を扱う。数学好きを魅了する「四色定理」は、1878年のケーリーによるロンドン数学会での紹介が発端である。翌1879年にケンペが証明を与え解決されたと思われたが、1890年にヒューウッドが誤りを訂正する形で「五色定理」を証明した。その経緯が証明と共に丁寧に紹介された箇所は非常に興味深い。その後、アッペルとハーケンが1977年にコンピュータを1000時間以上動かして四色定理を示したが、後年「elephantな証明」と揶揄されている。

6章、7章はグラフ理論では比較的新しいトピックである。内部三角化グラフとグラフ・マイナーに関する結果が紹介されている。内部三角化グラフは再帰的な性質をもち、その内部構造がエレガントな結果を導いている。7章のグラフ・マイナーは、1980年代から2000年代にロバートソンとシーモアが二十数編の論文で構築した理論であり、論文は500ページにのぼる。彼らの最も重要な結果は1930年代に提示されたワグナー予想への肯定的な解決で、その結果は、グラフ・マイナー定理と呼ばれている。個人的にはこの辺りの内容を深掘りしていただきたいかったが、6章、7章が(紙面の都合上?) 10頁ずつに留まるのは残念に思う。

著者達とは、長年研究集会等でお付き合いさせていただいているが、本書にはお二人のお人柄が良く現れている。基礎的な例や証明の細かい所にも手を抜かず、豊富な図で初学者を基礎レベルから丁寧に導き、研究レベルの内容にまで引き込む熱意が行間から読み取れるだろう。本書は、幾何学的グラフ理論の日本語による数少ない入門書で、各章末に良質の演習問題が全解答解説付きで配され、学部や大学院での輪読はもちろん、社会人の独学にもお薦めしたい一冊だ。

### 参考文献

- 1) Mohar B., and Thomassen C., *Graphs on Surfaces*, The Johns Hopkins University Press 2001.

松井 泰子 (東海大学理学部)